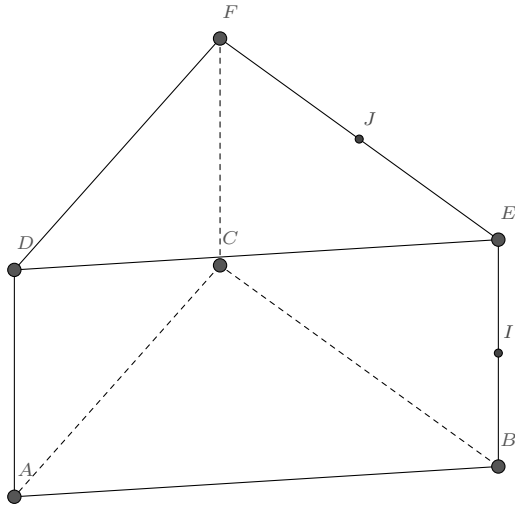


Exercice 1 :

$ABCDEF$  est un prisme droit.

On a donc les plans  $(ABC)$  et  $(DEF)$  qui sont parallèles et les faces  $ABED$ ,  $ACFD$  et  $BCFE$  sont des rectangles. On place  $I$  milieu de  $[BE]$ ,  $J$  milieu de  $[EF]$ .

1. Placer  $K$  un point de l'arrête  $[AB]$  pas trop proche de  $A$  et  $B$ .
2.
  - a. Montrer que les droites  $(KI)$  et  $(DE)$  sont sécantes en un point que l'on appellera  $L$
  - b. Démontrer que les plans  $(IJK)$  et  $(DEF)$  sont sécants suivant la droite  $(JL)$ .
  - c. On appelle  $\Delta$  la droite d'intersection du plan  $(IJK)$  avec le plan  $(ABC)$ . Tracer cette droite sur la figure en justifiant.
  - d. En déduire une construction de la section de prisme par le plan  $(IJK)$  (on tracera cette section en rouge).
3.
  - a. Démontrer que  $(IJ)$  et  $(FB)$  sont parallèles.
  - b. On appelle  $\Delta'$  la droite d'intersection des plans  $(JID)$  et  $(FBD)$ . Tracer cette droite sur la figure en justifiant.

**Solution:**

1. Voir figure

- a.  $K$  et  $I$  sont dans le plan  $(ADE)$  donc  $(KI)$  et  $(DE)$  sont coplanaires. Comme elles ne sont pas parallèles, elles sont sécantes.
- b.  $L \in (KI)$  donc  $L \in (IJK)$  donc  $(JL)$  contenue dans le plan  $(IJK)$ .  $L \in (DE)$  donc  $L \in (DEF)$ .  $J \in (EF)$  donc  $J \in (DEF)$  donc  $(JL)$  est contenue dans le plan  $(DEF)$ .  $(JL)$  est bien l'intersection des plans  $(IJK)$  et  $(DEF)$ .
- c.  $(DEF)$  et  $(ABC)$  sont parallèles.  $(IJK)$  coupe  $(DEF)$  en  $(JL)$ . Par la propriété d'incidence,  $(IJK)$  intersecte  $(DEF)$  suivant une parallèle à  $(JL)$ . De plus  $K$  appartient à cette intersection.  $\Delta$  est donc la parallèle à  $(JL)$  passant par  $K$ .
- d. Soit  $G$  l'intersection de  $\Delta$  et  $(AC)$ . Soit  $H$  l'intersection de  $(JL)$  et  $(DF)$ . La section du prisme est le pentagone  $HJIKG$ .
  - a. Dans le triangle  $BFE$ ,  $I$  milieu de  $[EB]$  et  $J$  milieu de  $[EF]$ . Par le théorème des milieux,  $(IJ) \parallel (BF)$ .
  - b. Les plans  $(JID)$  et  $(FBD)$  sont sécants en  $\Delta'$ .
    1.  $(JI)$  est contenue dans  $(JID)$ .
    2.  $(FB)$  est contenue dans  $(FBD)$ .
    3.  $(JI) \parallel (FB)$
 Par le théorème du toit,  $(JID)$  et  $(FBD)$  se coupent en une droite parallèle à  $(FB)$ .  
On sait de plus que  $D \in \Delta'$ .

